PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

SEPTIEMBRE – 2010 (GENERAL)

RESUELTOS

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Conteste de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Se valorarán la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) empleado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo.

OPCIÓN A

1º) Determine la ecuación en forma continua de la recta r que pasa por el punto $P(1,\ 1,\ 1)$ y es paralela a la recta r_1 de ecuaciones implícitas: $r_1 \equiv \begin{cases} -3x+y-z+12=0 \\ x-2y-3z=0 \end{cases}$.

Expresar la recta r de forma vectorial, por unas ecuaciones paramétricas y por unas ecuaciones implícitas.

El vector director de la recta r_1 es cualquier vector que sea linealmente dependiente del vector resultante del producto vectorial de los dos vectores normales de los planos que la determinan, que son $\overrightarrow{n_1}=(-3,\ 1,\ -1)$ y $\overrightarrow{n_2}=(1,\ -2,\ -3)$:

$$\overrightarrow{u'}=\overrightarrow{n_1}\wedge\overrightarrow{n_2}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}=-3i-j+6k-k-2i-9j=-5i-10j+5k=(-5,\ -10,\ 5).$$

Un vector director de r_1 es $\overrightarrow{u}=(1,\ 2,\ -1)$.

La recta r expresada de las formas que se pide es:

Forma vectorial:

$$\underline{\underline{r \equiv (x,\ y,\ z)=(1,\ 1,\ 1)+\lambda(1,\ 2,\ -1)}}$$

Por unas ecuaciones paramétricas:

$$\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases}}}$$

Por unas ecuaciones implícitas: $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$;; $r \equiv \begin{cases} 2x-2 = y-1 \\ -x+1 = z-1 \end{cases}$.

$$\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+z-2=0 \end{cases}}}$$

****

2º) Calcule los valores reales de m para los cuales la matriz $A=\begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ 0 & m & 2 \\ \frac{3}{2} & 2 & 1 \end{pmatrix}$ no tenga inversa. Si m = 2 calcule, si es posible, la inversa de la matriz A y resuelva el sistema de ecuaciones $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Una matriz carece de inversa cuando su determinante es cero.

$$|A|=\begin{vmatrix} m & 1 & 0 \\ 0 & m & 2 \\ \frac{3}{2} & 2 & 1 \end{vmatrix}=m^2+3-4m=0 \;;\; m^2-4m+3=0 \;;\; m=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}=2\pm 1 \Rightarrow \underline{m_1=1} \;;\; \underline{m_2=3}.$$

La matriz A no tiene inversa para los valores m = 1 y m = 3.

Para m = 2 la matriz A es $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ \frac{3}{2} & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y su inversa la hallamos a continuación.

$$A^T=\begin{pmatrix} 2 & 0 & \frac{3}{2} \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \;;\; |A|=2^2-4\cdot 2+3=4-8+3=-1.$$

$$Adj\;A^t=\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & \frac{3}{2} \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \\ -3 & -\frac{5}{2} & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & 4 \\ 3 & \frac{5}{2} & -4 \end{pmatrix}}}.$$

Resolvemos la ecuación:

$$A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \;;\; A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Multiplicando por la izquierda por A^{-1}:

$$A^{-1} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ ;; \ I \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ ;; \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & 4 \\ 3 & \frac{5}{2} & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+2-6 \\ -3-4+12 \\ 3+5-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{x = -2 \ ;; \ y = 5 \ ;; \ z = -4}}.$$

****

3º) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos, los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad y convexidad de la siguiente función: $f(x)=(x-3)^4(x-1)$.

Una función es creciente o decreciente cuando lo es su primera derivada:

$$f'(x)=4(x-3)^3(x-1)+(x-3)^4\cdot 1=(x-3)^3[4(x-1)+(x-3)]=(x-3)^3(4x-4+x-3)=$$

$$=\underline{(x-3)^3(5x-7)=f'(x)}.$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow (x-3)^3(5x-7)\ ;;\ \underline{x=\tfrac{7}{5}}\ ;;\ \underline{x_2=3}.$$

Por ser f(x) polinómica es continua en su dominio, que es R, por lo cual los valores que anulan su derivada dividen el dominio en tres intervalos alternativos de crecimiento y decrecimiento. Para diferenciarlos estudiamos un valor sencillo de uno los intervalos, por ejemplo, para x = 0, que es $f'(0)=(0-3)^3(0-7)>0$.

Teniendo en cuenta lo anterior los intervalos de crecimiento y decrecimiento son:

$$\underline{\underline{Para\ \ x\in\left(-\infty,\ \tfrac{7}{5}\right)\cup(3,\ +\infty)\ \Rightarrow\ f'(x)>0\ \Rightarrow\ Creciente}}$$

$$\underline{\underline{Para\ \ x\in\left(\tfrac{7}{5},\ 3\right)\ \Rightarrow\ f'(x)<0\ \Rightarrow\ Decreciente}}$$

Una función tiene un extremo relativo (máximo o mínimo) para los valores que anulan la primera derivada; para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: según que sea negativa o positiva para los valores que anulan la primera, se tratará de un máximo o de un mínimo, respectivamente.

$$f''(x)=3(x-3)^2(5x-7)+(x-3)^3\cdot 5=(x-3)^2[3(5x-7)+5(x-3)]=$$

$$=(x-3)^2(15x-21+5x-15)=(x-3)^2(20x-36)=\underline{4(x-3)^2(5x-9)=f''(x)}.$$

$$f''\left(\tfrac{7}{5}\right)=4\left(\tfrac{7}{5}-3\right)^2\left(5\cdot\tfrac{7}{5}-9\right)<0\ \Rightarrow\ \underline{M\acute{a}ximo\ \ para\ \ x=\tfrac{7}{5}}.$$

$$f\left(\tfrac{7}{5}\right)=\left(\frac{7}{5}-3\right)^4\left(\frac{7}{5}-1\right)=\left(-\frac{8}{5}\right)^4\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{2^{13}}{5^5}\ \Rightarrow\ \underline{\underline{M\acute{a}ximo\ \ relativo:\ A\left(\frac{7}{5},\ \frac{2^{13}}{5^5}\right)}}.$$

$$f''(3)=4(3-3)^2\left(5\cdot\tfrac{7}{5}-9\right)=0\ \Rightarrow\ \underline{\text{No hay ni máximo ni mínimo relativo para x = 3}}.$$

Para que una función tenga un punto de inflexión es necesario que se anule la segunda derivada en ese punto; esta condición, que es necesaria, no es suficiente: es necesario que no se anule la tercera derivada para los valores que anulan la segunda.

$$f''(x)=0 \;\Rightarrow\; 4(x-3)^2(5x-9)=0 \;\Rightarrow\; \underline{x=\tfrac{9}{5}} \;;;\; \underline{x_2=3}$$

$$f'''(x)=4\left[2(x-3)(5x-9)+(x-3)^2\cdot 5\right]=4(x-3)[2(5x-9)+(x-3)\cdot 5]=$$

$$=4(x-3)(10x-18+5x-15)=4(x-3)(15x-33)=\underline{12(x-3)(5x-11)=f'''(x)}.$$

$$f'''\left(\tfrac{9}{5}\right)=12\left(\tfrac{9}{5}-3\right)\left(5\cdot\tfrac{9}{5}-11\right)\neq 0 \;\Rightarrow\; \underline{\textit{Punto de inflexión para } x=\tfrac{9}{5}}.$$

$$f\left(\tfrac{9}{5}\right)=\left(\frac{9}{5}-3\right)^4\left(\frac{9}{5}-1\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)^4\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{2^5\cdot 3^4}{5^5} \;\Rightarrow\; \underline{\underline{\textit{Punto inflexión: } B\left(\frac{9}{5},\ \frac{2^5\cdot 3^4}{5^5}\right)}},$$

$$f'''(3)=12(3-3)(5\cdot 3-11)=0 \;\Rightarrow\; \underline{\textit{No hay Punto de inflexión para } x=3}.$$

Una función es cóncava $(\cap)$ o convexa $(\cup)$ en un intervalo cuando su segunda derivada es negativa o positiva, respectivamente.

Por ser f(x) polinómica es continua en su dominio, que es R, por lo cual los valores que anulan su segunda derivada $\left(x_1=\frac{9}{5}\ y\ x_2=3\right)$ dividen el dominio en tres intervalos alternativos de concavidad y convexidad. Para diferenciarlos estudiamos un valor sencillo de uno los intervalos, por ejemplo, para x = 0, que es $f'(0)=4(0-3)^2(0-9)<0$.

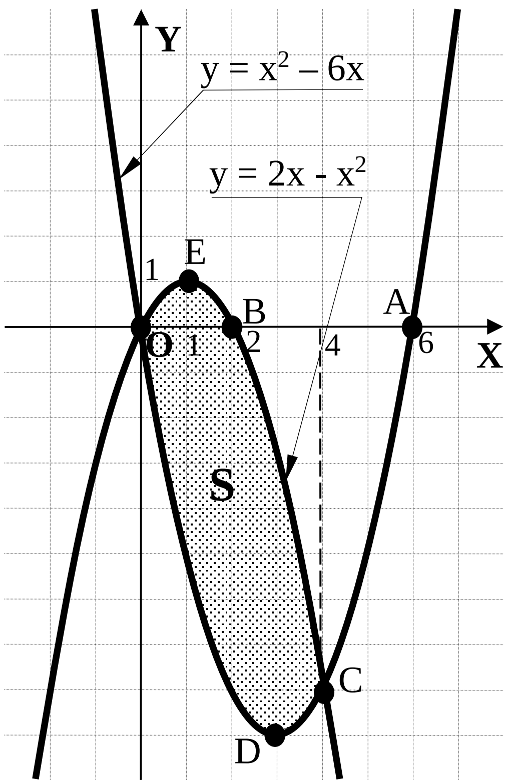
Teniendo en cuenta lo anterior los intervalos de concavidad y convexidad son:

$$\underline{\underline{\textit{Para } x\in\left(-\infty,\ \tfrac{9}{5}\right)\cup(3,\ +\infty) \;\Rightarrow\; f''(x)<0 \;\Rightarrow\; \textit{Concavidad } (\cap)}}$$

$$\underline{\underline{\textit{Para } x\in\left(\tfrac{9}{5},\ 3\right) \;\Rightarrow\; f''(x)>0 \;\Rightarrow\; \textit{Convexidad } (\cup)}}$$

****

4º) Haga un dibujo del recinto limitado por las parábolas $y = x^2 - 6x$ e $y = 2x - x^2$. Calcule el área de ese recinto.



Los puntos de corte de cada parábola con los ejes son los siguientes:

$$y = x^2 - 6x = 0 \;\Rightarrow\; x(x-6) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \;\rightarrow\; \underline{O(0,\ 0)} \\ x_2 = 6 \;\rightarrow\; \underline{A(6,\ 0)} \end{cases}.$$

$$y = 2x - x^2 = 0 \;\Rightarrow\; x(2-x) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \;\rightarrow\; \underline{O(0,\ 0)} \\ x_2 = 2 \;\rightarrow\; \underline{B(2,\ 0)} \end{cases}.$$

Los puntos de corte de las dos funciones se obtienen igualándolas:

$$x^2 - 6x = 2x - x^2 \;\;;;\;\; 2x^2 - 8x = 0 \;\;;;\;\; 2x(x-4) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \;\rightarrow\; \underline{O(0,\ 0)} \\ x_2 = 4 \;\rightarrow\; \underline{C(4,\ -8)} \end{cases}.$$

Los vértices de las parábolas son los siguientes:

$$f(x) = x^2 - 6x \;\Rightarrow\; \begin{cases} f'(x) = 2x - 6 = 0 \;\rightarrow\; x = 3 \;\Rightarrow\; f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 - 18 = -9 \\ f''(x) = 2 > 0 \;\Rightarrow\; \underline{Mìnimo\ \ para\ \ x = 3} \;\Rightarrow\; \underline{D(3,\ -9)} \end{cases}$$

$$g(x) = 2x - x^2 \;\Rightarrow\; \begin{cases} g'(x) = 2 - 2x = 0 \;\rightarrow\; x = 1 \;\Rightarrow\; g(1) = 2 \cdot 1 - 1^2 = 2 - 1 = 1 \\ g''(x) = -2 < 0 \;\Rightarrow\; \underline{Máximo\ \ para\ \ x = 1} \;\Rightarrow\; \underline{E(1,\ 1)} \end{cases}$$

La representación gráfica de la situación es la de la figura.

Para el cálculo del área tendremos en cuenta que las ordenadas de la función g(x) son iguales o mayores que las correspondientes a la función f(x).

$$S = \int_0^4 [g(x) - f(x)] \cdot dx = \int_2^4 [(2x - x^2) - (x^2 - 6x)] \cdot dx = \int_0^4 (-2x^2 + 8x) \cdot dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} \right]_0^4 =$$

$$=\left[-\frac{2x^3}{3}+4x^2\right]_0^4=\left(-\frac{2\cdot 4^3}{3}+4\cdot 4^2\right)-0=-\frac{128}{3}+64=\frac{-128+192}{3}=\underline{\underline{\frac{64}{3}\,u^2=S}}\,.$$

****

OPCIÓN B

1º) Determine la ecuación en forma continua de la recta r que pasa por el punto $P(3,\ 4,\ 7)$ y es perpendicular a las rectas r_1 y r_2 dadas por: $r_1 \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{2}$ y $r_2 \equiv x-1 = y-2 = \frac{z-3}{4}$. Expresar la recta r en forma vectorial, por unas ecuaciones paramétricas y de forma implícita.

Los vectores directores de las rectas r_1 y r_2 son $\overrightarrow{v_1} = (2,\ 3,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ 1,\ 4)$.

El vector de la recta r puede ser cualquiera que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los vectores $\overrightarrow{v_1} = (2,\ 3,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ 1,\ 4)$.

$$\overrightarrow{v'} = \overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 12i + 2j + 2k - 3k - 2i - 8j = 10i - 6j - k = (10,\ -6,\ -1).$$

Un vector director de r es $\overrightarrow{v} = (10,\ -6,\ -1)$.

La recta r expresada en forma continua es:

$$\underline{\underline{r \equiv \frac{x-3}{10} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z-7}{-1}}}$$

La recta r expresada en forma vectorial es:

$$\underline{\underline{r \equiv (x,\ y,\ z) = (3,\ 4,\ 7) + \lambda(10,\ -6,\ -1)}}$$

La recta r expresada por unas ecuaciones paramétricas es:

$$\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} x = 2 + 10\lambda \\ y = 4 - 6\lambda \\ z = 7 - \lambda \end{cases}}}$$

La recta r expresada por unas ecuaciones continuas es:

$$r \equiv \begin{cases} -3x + 9 = 5y - 20 \\ -x + 3 = 10z - 70 \end{cases} \;;\; \underline{\underline{r \equiv \begin{cases} 3x + 5y - 29 = 0 \\ x + 10z - 73 = 0 \end{cases}}}$$

****

2º) Discutir el rango de la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & a \end{pmatrix}$ en función de los diferentes valores de α. Resuelva el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ para los valores de α para los cuales el rango de A es 3.

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & a \end{vmatrix} = a + 4 - 15 - 10 - 3 + 2a = 3a - 24 = 0 \;\;;;\;\; a - 8 = 0 \;\;;;\;\; \underline{a = 8}.$$

$$\underline{\underline{Para\ \ a \neq 8 \Rightarrow\ Rango\ \ M = 3}} \;\;;;\;\; \underline{\underline{Para\ \ a = 8 \Rightarrow\ Rango\ \ M = 2}}$$

Resolvemos el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ para α ≠ 8, que resulta compatible determinado. Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & a \end{vmatrix}}{3(a-8)} = \frac{a + 4 - 9 - 6 - 3 + 2a}{3(a-8)} = \underline{\underline{\frac{3a - 14}{3(a-8)} = x}}.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & a \end{vmatrix}}{3(a-8)} = \frac{2a + 12 + 15 - 20 - 9 - 2a}{3(a-8)} = \underline{\underline{\frac{-2}{3(a-8)} = y}}.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{3(a-8)} = \frac{3 + 2 - 10 - 5 - 2 + 6}{3(a-8)} = \frac{11 - 17}{3(a-8)} = \frac{-6}{3(a-8)} = \underline{\underline{\frac{-2}{a-8} = z}}$$

****

3º) Calcule los valores de los parámetros α, b y c de la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ de manera que la función f(x) tenga un máximo para x = -1, un mínimo para x = 3 y pase por el punto P(0, 5).

Por pasar por P(0, 5): $f(0) = 5 \Rightarrow \underline{\underline{c = 5}}$.

Por tener un máximo para x = -1, su derivada tiene que anularse para este valor:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-1)^2 + 2a \cdot (-1) + b = 0 \;;\; \underline{2a - b = 3}.$$

Por tener un mínimo para x = 3, su derivada tiene que anularse para este valor:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 3^2 + 2a \cdot 3 + b = 0 \;;\; \underline{6a + b = -27}.$$

Resolviendo el sistema formando por las dos ecuaciones anteriores:

$$\left.\begin{array}{l} 2a - b = 3 \\ 6a + b = -27 \end{array}\right\} \Rightarrow 8a = -24 \;;\; \underline{\underline{a = -3}} \;;\; 2a - b = 3 \;;\; b = 2a - 3 = -6 - 3 = \underline{\underline{-9 = b}}.$$

La función resulta ser:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5}}$$

****

4º) Demostrar que la ecuación $tag\ x = 2x$ tiene una única raíz real en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right]$.

Demostrar que la ecuación $tag\ x = 2x$ tiene una única raíz real en $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right]$ es equivalente a demostrar que la función $f(x) = 2x - tag\ x$ tiene una única raíz en el intervalo anterior.

La función $f(x) = 2x - tag\ x$ es continua y derivable en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right]$, por lo cual le es aplicable el Teorema de Bolzano en este intervalo.

El teorema de Bolzano dice que: "Si una función f es continua en un intervalo cerrado [a, b] y en los extremos de éste toma valores de distinto signo, entonces existe al menos un valor $c \in (a,\ b)$ tal que $f(c) = 0$".

Aplicando el teorema de Bolzano a la función $f(x) = 2x - tag\ x$ en el intervalo dado $\left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right]$:

$$f\left(-\tfrac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{\pi}{4}\right) - tag\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} - tag\,\frac{-\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} - (-1) = 1 - \frac{\pi}{2} = \frac{2-\pi}{2} < 0.$$

$$f\left(\tfrac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right) - tag\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - tag\,\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} - 1 = \frac{\pi - 2}{2} > 0.$$

Por otra parte $f'(x) = 2 - \frac{1}{\cos^2 x} > 0,\ \forall x \in \left[-\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{4}\right]$, lo cual significa que el intervalo considerado la función $f(x) = 2x - tag\ x$ es monótona creciente, por lo cual no puede tener más de una raíz en el intervalo considerado.

****